



آنالیز تصادفی در مالی همراه با شبیه‌سازی

(جلد اول)

تألیف

کانهو چوئه

ترجمه‌ی

سیما مشایخی

سید نوراله موسوی

انتشارات دانشگاه اراک

۱۴۰۳

سرشناسه	: تألیف کانهو چوئه؛ ترجمه‌ی سید نوراله موسوی - سیما مشایخی
عنوان	: آنالیز تصادفی در مالی همراه با شبیه‌سازی (جلد اول)
مشخصات نشر	: اراک، دانشگاه اراک، ۱۴۰۳=۲۰۲۴ م.
مشخصات ظاهری	: ع+ ۴۱۵ ص. مصور، جدول، نمودار.
فروست	: انتشارات دانشگاه اراک؛ شماره انتشار ۲۴۶/۴
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۸۱۵۴-۲۱-۳
یادداشت	: عنوان به انگلیسی: Stochastic Analysis for Finance with Simulation
یادداشت	: کتاب‌نامه
موضوع	: ریاضیات
	Mathematics:
	: اقتصاد ریاضی
	Economics, Mathematical:
شناسه افزوده	: موسوی، سید نوراله، ۱۳۵۵ - ، مترجم
شناسه افزوده	: مشایخی، سیما، ۱۳۶۲ - ، مترجم
رده‌بندی کنگره	: QA۳۷/۲
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۰
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۷۸۴۲۲۵



این کتاب مشمول قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان است. تکثیر کتاب به هر روش اعم از فتوکپی، ریسوگرافی، تهیه فایل‌های لوح فشرده، بازنویسی در وبلاگ‌ها، سایت‌ها، مجله‌ها و کتاب، بدون اجازه کتبی ناشر مجاز نیست و موجب پیگرد قانونی می‌شود و تمامی حقوق برای ناشر محفوظ است.

آنالیز تصادفی در مالی همراه با شبیه‌سازی (جلد اول)
تألیف: کانهو چوئه
ترجمه: سید نوراله موسوی - سیما مشایخی
ناشر: انتشارات دانشگاه اراک
تاریخ و نوبت چاپ: ۱۴۰۳ - اول
شمارگان: ۲۰۰ نسخه

قیمت: ۲۳۰۰۰۰ تومان
«مسئولیت صحت مطالب کتاب با مؤلفان است.»

اراک، میدان بسیج، بلوار کربلا، دانشگاه اراک، ساختمان کتابخانه مرکزی و مرکز اسناد، طبقه دوم، اتاق شماره ۲، انتشارات دانشگاه اراک پست الکترونیک: press@araku.ac.ir - تارنما: <https://press.araku.ac.ir>

تقدیم به گل‌های زندگی مان

|

—

|

—

|

—

|

—

دیباچه

این کتاب به عنوان یک مقدمه برای آنالیز تصادفی و مالی کمی، شامل روش‌های نظری و محاسباتی، برای دانشجویان سال آخر کارشناسی و تحصیلات تکمیلی رشته‌های ریاضی، اقتصاد، مالی و فعالین حوزه صنعت مالی نگارش شده است. این کتاب برای خوانندگانی طراحی شده است که تمایل دارند با انجام شبیه‌سازی‌های کامپیوتری علاوه بر مطالعه نظری، درک عمیق‌تری از نظریه ظریف مالی کمی داشته باشند. موضوعات ارائه شده شامل حسابان تصادفی، قیمت‌گذاری اختیار، سرمایه‌گذاری بهینه در پرتفوی و مدل‌های نرخ بهره است. همچنین موضوعات شبیه‌سازی پدیده‌های تصادفی، حل عددی معادله بلک-شولز-مرتون، روش‌های مونت کارلو و سری زمانی در کتاب گنجانده شده است. نظریه اندازه پایه به عنوان ابزاری برای توصیف پدیده‌های احتمالی استفاده می‌شود. پایین‌ترین سطح آشنایی با برنامه‌نویسی کامپیوتر فرض شده است. برای اینکه کتاب قابل استفاده مخاطبان بیشتری باشد، برخی از مفاهیم و قضایای ریاضی پیش‌نیاز در بخش اول کتاب و همچنین در ضمیمه آورده شده است.

قراردادهای مالی به دو گروه تقسیم می‌شوند: گروه اول شامل دارایی‌های اولیه مانند سهام، اوراق قرضه، کالاها و ارزهای خارجی است. گروه دوم شامل مشتقات مالی مانند اختیار معامله و قراردادهای آتی روی دارایی‌های پایه متعلق به گروه اول است. مشتقات مالی قراردادی است که

وعده پرداخت نقدی یا تحویل دارایی را مشروط به رفتار دارایی پایه در آینده می‌کند. هدف این کتاب ارائه روش‌های ریاضی برای یافتن میزان پرداختی برای یک مشتقه مالی است. برای درک نظریه قیمت‌گذاری اختیار، به ایده‌هایی از رشته‌های مختلف از ریاضیات محض و کاربردی نیاز داریم، نه اینکه صرفاً به خود مفهوم مالی اشاره کنیم. تلاش می‌کنیم با استفاده از نمودارها، شکل‌ها و شبیه‌سازی‌ها علاوه بر توضیح تئوری دقیق، شکاف بین ریاضیات و مالی را پر کنیم. شبیه‌سازی‌ها در این کتاب نه تنها به عنوان یک روش محاسباتی در امور مالی کمی استفاده می‌شود، بلکه می‌تواند درک شهودی و عمیق‌تر مفاهیم نظری را نیز آسان نماید.

از زمان مقاله‌های بلک، شولز و مرتون در مورد قیمت‌گذاری اختیار معامله در سال ۱۹۷۳، نظریه حسابان تصادفی، که توسط ایتو توسعه یافت، پایه و اساس حوزه جدیدی به نام مالی کمی شده است. در این کتاب حسابان تصادفی با شروع از مبانی نظری ارائه شده است. پس از معرفی برخی مفاهیم بنیادی در امور مالی کمی در بخش اول، پیش نیازهای ریاضی مانند انتگرال لِبگ، مبانی نظریه احتمال، امید ریاضی شرطی و فرآیندهای تصادفی را در بخش دوم ارائه می‌کنیم. پس از آن، ویژگی‌های اساسی حرکت براونی، قضیه گیرسانوف و اصل بازتابی در بخش سوم آورده شده است. در بخش چهارم انتگرال ایتو و لم ایتو را معرفی می‌کنیم و سپس قضیه فاینمن-کاک را ارائه می‌کنیم. در بخش پنجم، سه روش را برای قیمت‌گذاری اختیار ارائه می‌کنیم: روش درخت دوجمله‌ای، معادله دیفرانسیل جزئی بلک-شولز-مرتون، و روش مارتینگل. در بخش ششم مثال‌های بیشتری از روش مارتینگل، اختیارهای نامتعارف، اختیارهای آمریکایی و مرجع ارزش‌گذاری را مطالعه و بررسی می‌کنیم. در بخش هفتم روش مینیمم سازی واریانس برای سرمایه‌گذاری بهینه پرتفوی برای یک مدل زمان گسسته معرفی شده است. در بخش هشتم برخی از مدل‌های نرخ بهره معرفی و از آنها در قیمت‌گذاری اوراق قرضه استفاده می‌شوند. در بخش نهم، روش نیوتن-رافسون برای یافتن نوسان ضمنی، مدل‌های سری زمانی برای برآورد نوسان، روش‌های مونت کارلو برای قیمت‌های اختیار، حل عددی معادله بلک-شولز-مرتون، و حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی معرفی شده‌اند. در پیوست‌ها برخی از پیش نیازهای ریاضی مانند توپولوژی مجموعه‌های نقطه‌ای، جبر خطی، معادلات دیفرانسیل معمولی، و معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ارائه شده است که برای درک مطالب در فصول اصلی ضروری است. شکل‌ها و نمودارهای این کتاب توسط نویسنده با استفاده از Matlab و Adobe Illustrator ترسیم شده و شبیه‌سازی‌ها با استفاده از Matlab اجرا شده‌اند.

چ دیباچه

نظرات و پیشنهادهای خوانندگان باعث خوشحالی خواهد بود. برای اصلاحات و بهروزرسانی‌ها، لطفاً صفحه اصلی نویسنده <http://shannon.kaist.ac.kr/choe/> را بررسی کنید یا ایمیل ارسال کنید.

این کتاب تا حدودی توسط برنامه تحقیقات علوم پایه از طریق بنیاد تحقیقات ملی کره (NRF) با استفاده بودجه وزارت علوم، فناوری اطلاعات و ارتباطات (ICT) و برنامه‌ریزی آینده (NRF – 2015R1A2A2A01006176) انجام شده است.

کانهو چوئه¹

¹ Geon H. Choe

|

—

|

—

|

—

|

—

پیش‌گفتار مترجم

کتاب حاضر ترجمه‌ای از اثر جامع و معتبر

Choe, Geon Ho. Stochastic analysis for finance with simulations

است که در سال ۲۰۱۶ توسط انتشارات Springer منتشر شده است. این کتاب به بررسی مفاهیم کلیدی آنالیز تصادفی و ریاضی مالی می‌پردازد و به عنوان منبعی ارزشمند برای دانشجویان و پژوهشگران در این حوزه شناخته می‌شود.

کتاب شامل نه بخش، سی فصل و شش پیوست است که هر یک به تفصیل به مباحث مختلف آنالیز تصادفی و کاربردهای آن در زمینه مالی پرداخته‌اند. این ساختار منظم به خوانندگان کمک می‌کند تا به راحتی مفاهیم پیچیده را درک کرده و آن‌ها را در عمل به کار ببرند.

تجربه تدریس این کتاب در دوره کارشناسی ارشد ریاضی مالی، ما را با نیازها و چالش‌های دانشجویان آشنا کرد. بازخوردهای مثبت و سازنده‌ای که از سوی دانشجویان دریافت کردیم، نشان‌دهنده کارایی و جذابیت محتوای کتاب در انتقال مفاهیم نظری و کاربردی بود. همچنین، مهارت‌های برنامه‌نویسی مورد بررسی در این کتاب به دانشجویان کمک می‌کند تا مدل‌های مالی را شبیه‌سازی کرده و نتایج را تحلیل کنند.

با توجه به اهمیت روزافزون آنالیز تصادفی در دنیای مالی و نیاز به منابع آموزشی مناسب، تصمیم به ترجمه این کتاب گرفتیم. هدف ما این است که با ارائه این اثر به زبان فارسی، دسترسی بیشتر دانشجویان و پژوهشگران ایرانی به این دانش ارزشمند را فراهم کنیم. امیدواریم که این ترجمه بتواند

به عنوان منبعی مفید در یادگیری و پژوهش در زمینه ریاضی مالی و آنالیز تصادفی مورد استفاده قرار گیرد.

استفاده از واژه‌نامه‌های تخصصی در زمینه‌های ریاضی، آمار، علوم اقتصادی و مالی برای ترجمه متون علمی و دانشگاهی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این واژه‌نامه‌ها به مترجمان کمک می‌کنند تا معادله‌های دقیق و مناسبی برای اصطلاحات تخصصی پیدا کنند و از بروز ابهام در ترجمه جلوگیری نمایند. در حین ترجمه کتاب حاضر، با برخی واژه‌ها و اصطلاحات مواجه شدیم که تا کنون به‌طور رسمی ترجمه نشده بودند. برای یافتن معادله‌های مناسب، با مشاوره از متخصصین حوزه‌های مربوطه بهره‌بردیم. این همکاری نه تنها به دقت و صحت ترجمه کمک کرد، بلکه اطمینان حاصل کرد که مفاهیم به‌درستی و به شیوه‌ای قابل فهم به خوانندگان منتقل شوند. بدین ترتیب، تلاش کردیم تا کیفیت ترجمه را به حداکثر برسانیم و به غنای ادبیات علمی فارسی بیفزاییم.

با توجه به حجم بالای محتوای کتاب اصلی که در یک جلد تنظیم شده است، ترجمه این اثر در دو جلد ارائه شده است. شماره‌بندی بخش‌ها و فصل‌ها مطابق با کتاب اصلی حفظ شده است. همچنین، منابع، پیوست‌ها، نمایه‌ها و حل تمرین‌های منتخب به‌طور منظم در جلد‌های مربوطه قرار داده شده‌اند تا دسترسی به اطلاعات برای خوانندگان تسهیل شود.

لازم می‌دانیم یادآور شویم که مترجمان با تمام توان و دقت خود تلاش کرده‌اند تا ترجمه‌ای دقیق و قابل فهم ارائه دهند و امانت‌داری را در انتقال مفاهیم علمی رعایت کنند. با این حال، ممکن است در این مسیر کاستی‌هایی وجود داشته باشد. از خوانندگان و صاحب‌نظران محترم خواهش می‌کنیم که با ارسال نکات و پیشنهادات خود، ما را در رفع این کاستی‌ها یاری دهند تا بتوانیم در چاپ‌های بعدی، کیفیت ترجمه را بهبود بخشیم و به غنای ادبیات علمی فارسی افزوده و به ارتقای دانش کمک کنیم.

در نهایت، از تمامی همکارانی که ما را در این مسیر یاری کردند سپاسگزاریم. امید است این اثر بتواند گامی مؤثر در ارتقای دانش و مهارت‌های علمی در حوزه ریاضی مالی و مهندسی مالی باشد.

سیما مشایخی

s-mashayekhi@araku.ac.ir
si2mashayekhi@gmail.com

سید نوراله موسوی

n-mousavi@araku.ac.ir
n.mousavi@gmail.com

اراک، پاییز ۱۴۰۳

فهرست مطالب

ث	دبیاچه
ح	پیش‌گفتار مترجم
ط	فهرست شکل‌ها
ک	فهرست جدول‌ها
۱	بخش اول مقدمه‌ای بر ریاضیات مالی
۳	۱ مفاهیم اساسی
۴	۱.۱ ریسک
۴	۲.۱ ارزش زمانی پول
۵	۳.۱ اصل بدون آربیتراژ
۶	۴.۱ بازار بدون آربیتراژ

۱۲	۵.۱	قیمت‌گذاری ریسک- خنثی و اندازه‌های مارتینگل
۱۴	۶.۱	مدل درخت دوجمله‌ای تک دوره‌ای
۱۶	۷.۱	مدل‌ها در مالی
۱۶		تمرین‌ها
۱۹	۲	مشتقات مالی
۲۰	۱.۲	قرادادهای سلف و آتی
۲۱	۲.۲	اختیارها
۲۴	۳.۲	توازن اختیارهای خرید و فروش
۲۶	۴.۲	روابط بین روش‌های قیمت‌گذاری اختیار
۲۷		تمرین‌ها
۲۹		بخش دوم نظریه احتمال
۳۱	۳	انتگرال لبگ
۳۱	۱.۳	اندازه‌ها
۳۵	۲.۳	توابع ساده
۳۷	۳.۳	انتگرال لبگ
۴۲	۴.۳	نامساوی‌ها
۴۵	۵.۳	قضیه رادون- نیکودیم
۴۷	۶.۳	آزمایش‌های کامپیوتری
۴۸		تمرین‌ها
۵۱	۴	نظریه احتمال پایه‌ای
۵۱	۱.۴	نظریه احتمال
۵۷	۲.۴	توابع مشخصه
۶۱	۳.۴	متغیرهای تصادفی مستقل

ز فهرست مطالب

۶۹	تغییر متغیرها	۴.۴
۷۳	قانون اعداد بزرگ	۵.۴
۷۶	قضیه حد مرکزی	۶.۴
۷۷	ایده‌های آماری	۷.۴
۸۲	آزمایش‌های کامپیوتری	۸.۴
۸۶	تمرین‌ها	

۵ امید ریاضی شرطی

۹۱	امید ریاضی شرطی به شرط یک پیشامد	۱.۵
۹۲	امید ریاضی شرطی نسبت به یک σ -جبر	۲.۵
۱۰۱	امید ریاضی نسبت به یک متغیر تصادفی	۳.۵
۱۰۳	آزمایش‌های کامپیوتری	۴.۵
۱۰۶	تمرین‌ها	

۶ فرآیند تصادفی

۱۰۹	فرآیندهای تصادفی	۱.۶
۱۱۲	فرآیندهای قابل پیش‌بینی	۲.۶
۱۱۵	مارتینگل‌ها	۳.۶
۱۲۴	زمان توقف	۴.۶
۱۲۸	آزمایش‌های کامپیوتری	۵.۶
۱۳۰	تمرین‌ها	

۱۳۳ بخش سوم حرکت براونی

۷ حرکت براونی

۱۳۵	حرکت براونی به عنوان یک فرآیند تصادفی	۱.۷
۱۴۶	مسیرهای نمونه‌ای حرکت براونی	۲.۷

۱۵۳	۳.۷ حرکت براونی و مارتینگل‌ها
۱۶۰	۴.۷ آزمایش‌های کامپیوتری
۱۶۳	تمرین‌ها
۱۶۷	۸ قضیه گیرسانف
۱۶۷	۱.۸ انگیزش
۱۷۰	۲.۸ اندازه احتمال هم‌ارز
۱۷۲	۳.۸ حرکت براونی با رانش
۱۷۵	۴.۸ آزمایش‌های کامپیوتری
۱۷۶	تمرین‌ها
۱۷۹	۹ اصل بازتابی حرکت براونی
۱۷۹	۱.۹ اصل بازتاب حرکت براونی
۱۸۱	۲.۹ ماکزیمم حرکت براونی
۱۸۳	۳.۹ ماکزیمم حرکت براونی با رانش
۱۸۸	۴.۹ آزمایش‌های کامپیوتری
۱۹۱	بخش چهارم حسابان ایتو
۱۹۳	۱۰ انتگرال ایتو
۱۹۳	۱.۱۰ تعریف انتگرال ایتو
۲۰۱	۲.۱۰ خاصیت مارتینگلی انتگرال ایتو
۲۰۳	۳.۱۰ انتگرال‌های تصادفی نسبت به یک مارتینگل
۲۰۵	۴.۱۰ قضیه نمایش مارتینگلی
۲۰۷	۵.۱۰ آزمایش‌های کامپیوتری
۲۱۰	تمرین‌ها
۲۱۳	۱۱ فرمول ایتو

س فهرست مطالب

۲۱۳	۱.۱۱ انگیزش برای فرمول ایتو
۲۱۹	۲.۱۱ فرمول ایتو: فرم پایه‌ای
۲۲۷	۳.۱۱ فرمول ایتو- فرم کلی
۲۳۵	۴.۱۱ حرکت براونی چندبعدی و فرمول ایتو
۲۳۸	۵.۱۱ آزمایش‌های کامپیوتری
۲۴۰	تمرین‌ها
۲۴۳	۱۲ معادلات دیفرانسیل تصادفی
۲۴۴	۱.۱۲ جواب‌های قوی
۲۴۹	۲.۱۲ جواب‌های ضعیف
۲۵۱	۳.۱۲ پل‌های براونی
۲۶۰	۴.۱۲ آزمایش‌های کامپیوتری
۲۶۵	تمرین‌ها
۲۶۷	۱۳ قضیه فاینمن- کاک
۲۶۷	۱.۱۳ قضیه فاینمن- کاک
۲۷۱	۲.۱۳ کاربرد در معادله بلک- شولز- مرتون
۲۷۲	۳.۱۳ معادلات کولموگروف
۲۷۸	۴.۱۳ آزمایش‌های کامپیوتری
۲۸۱	آ آنالیز پایه
۲۸۱	۱.آ مجموعه‌ها و توابع
۲۸۲	۲.آ فضای متریک
۲۸۴	۳.آ توابع پیوسته
۲۸۷	۴.آ تبدیل‌های خطی کراندار
۲۹۰	۵.آ توسیع یک تابع
۲۹۲	۶.آ مشتق یک تابع

۲۹۵	ب جبرخطی
۲۹۵	ب.۱ بردارها
۲۹۶	ب.۲ ماتریس‌ها
۲۹۷	ب.۳ روش کمترین مربعات
۳۰۰	ب.۴ ماتریس‌های متقارن
۳۰۲	ب.۵ تحلیل مولفه اصلی (PCA)
۳۰۳	ب.۶ ماتریس‌های سه قطری
۳۰۶	ب.۷ همگرایی الگوریتم‌های تکراری
۳۰۹	ج معادلات دیفرانسیل معمولی
۳۰۹	ج.۱ معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت
۳۱۱	ج.۲ معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب غیرثابت
۳۱۳	ج.۳ معادلات دیفرانسیل غیرخطی
۳۱۴	ج.۴ معادله دیفرانسیل معمولی تعریف شده توسط میدان‌های برداری
۳۱۵	ج.۵ مولدهای بی‌نهایت کوچک برای میدان‌های برداری
۳۱۷	د MATLAB برنامه‌نویسی
۳۱۷	د.۱ برنامه نویسی MATLAB
۳۱۷	د.۱.۱ چگونه شروع کنیم
۳۲۰	د.۱.۲ اعداد تصادفی
۳۲۰	د.۱.۳ بردارها و ماتریس‌ها
۳۲۵	د.۱.۴ ماتریس‌های سه قطری
۳۲۶	د.۱.۵ حلقه‌ها برای الگوریتم‌های تکراری
۳۲۸	د.۱.۶ چگونه نمودار رسم کنیم
۳۲۹	د.۱.۷ برازش منحنی
۳۳۱	د.۱.۸ چگونه تابع تعریف کنیم
۳۳۳	د.۱.۹ آمار

ص فهرست مطالب

۳۳۵ پاسخ مسائل برگزیده

۳۵۹ واژه‌نامه تفصیلی

۳۷۵ منابع

۳۷۷ واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۳۷۹ نمایه