

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مقدمه‌ای بر فرآیندهای تصادفی با R

تألیف

روبرت پی. دابرو

ترجمه

سید نوراله موسوی

انتشارات دانشگاه اراک

۱۳۹۸

سرشناسه	: دابرو، رابرت پی. Dobrow, Robert P
عنوان و نام پدیدآور	: مقدمه‌ای بر فرآیندهای تصادفی با R / رابرت پی. دابرو: ترجمه سید نوراله موسوی.
مشخصات نشر	: اراک: دانشگاه اراک، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	: ۶۴۰ ص.: مصور.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۳۱-۱۹-۲
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
یادداشت	: عنوان اصلی: Introduction to Stochastic Processes with R, 2016.
موضوع	: فراگردهای احتمالی
موضوع	: Stochastic processes
موضوع	: آر (زبان برنامه‌نویسی کامپیوتر)
موضوع	: R (Computer program language)
شناسه افزوده	: موسوی، سید نوراله، ۱۳۵۵ - مترجم
شناسه افزوده	: دانشگاه اراک
رده بندی کنگره	: QC۲۰/۷
رده بندی دیویی	: ۵۱۹/۲۳۰۲۸۵۵۱۳۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۸۰۹۳۳۵



عنوان کتاب: مقدمه‌ای بر فرآیندهای تصادفی با R

تألیف: رابرت پی. دابرو

ترجمه: سید نوراله موسوی

ویراستار علمی: سیما مشایخی

ناشر: دانشگاه اراک

تاریخ و نوبت چاپ: ۱۳۹۸ - اول

شمارگان: ۱۰۰۰

قیمت: ۸۰۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۳۱-۱۹-۲

مسئولیت درستی مطالب به عهده نویسنده است.

حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

برای دخترم صبا

پیش‌گفتار مؤلف

در انجام یک کار، آخرین چیزی که یک فرد متوجه می‌شود آن است که چه چیزی را اول قرار دهد.
بلز پاسکال^۱

مخاطبان این کتاب دانشجویانی هستند که دوست‌دار احتمال‌اند. با این پیش‌نیاز، مطمئن خواهم بود که شما فرآیندهای تصادفی را دوست خواهید داشت. فرآیند تصادفی یا اتفاقی جنبه دینامیکی احتمال است. آن نقشی که معادلات دیفرانسیل برای حساب دیفرانسیل دارد، همان نقش را فرآیند تصادفی برای احتمال دارد. سرفصل‌های این کتاب برای کسانی است که تمایل به کاربردها دارند و در عین حال مناسب برای آنانی است که بحث‌های تئوری را دنبال می‌کنند. هم یک آماده‌سازی عالی برای مطالعه بیشتر و هم به‌عنوان یک درس نهایی است که در آن مجبور نیستیم به دانشجویان بگوییم برای دیدن مفاهیم و کاربردهای بهتر، تا کلاس دیگر یا سال آینده منتظر باشند. فرآیند تصادفی یک موضوع جالب است! به عنوان یک شاخه از احتمال، به زبان پرتاب تاس، ریختن یک سکه، و بازی‌های شرط‌بندی صحبت می‌کند، اما کاربردهای متنوعی شامل شیوع بیماری‌های عفونی، تکامل دنباله‌های ژنتیک، مدل‌هایی برای تغییرات آب و هوایی، و رشد شبکه جهانی وب است.

^۱Blaise Pascal

در این کتاب فرض می‌شود خواننده یک درس احتمال مبتنی بر حساب را گذرانده باشد و با جبر ماتریسی آشنا است. احتمال شرطی، امید ریاضی شرطی، که ابزارهای ضروری هستند، در فصل مقدمه ارائه شده‌اند، البته وابسته به زمینه دانشجویان ممکن است خیلی سطحی‌نگری انجام شده باشد. بعضی از مطالب دانش بیشتری از جبر خطی نسبت به ماتریس‌های پایه (مانند بردارها و مقادیر ویژه) را در نظر می‌گیرند، که این موارد اختیاری هستند و بخش‌های متناظر شروع می‌شوند. این کتاب پیش‌زمینه‌ای در ترکیبیات، معادلات دیفرانسیل، یا آنالیز حقیقی را در نظر نمی‌گیرد. ریاضیات مورد نیاز هر جا احتیاج باشد، معرفی می‌شود.

یکی از نقاط تمرکز این کتاب، استفاده از شبیه‌سازی است. نرم‌افزار آماری رایگان R را برای استفاده انتخاب کرده‌ایم، که یک محیط محاسباتی متقابل در دسترس است. استفاده از شبیه‌سازی، مهم در حق خودش برای کار کاربردی و پژوهش ریاضی، یک ابزار آموزشی قوی برای جان بخشیدن به مفاهیم تئوری به صورت یک نمایش عملی می‌باشد. به منظور استفاده از این کتاب، به کار گرفتن R الزامی نیست. با این وجود، این نرم‌افزار برای یادگیری آسان و لذت‌بخش است، و برای سرعت بخشیدن به یادگیری دانشجویان یک خودآموز همراه با تمرین‌هایی در ضمیمه آ این کتاب وجود دارد. این کتاب شامل مطالب بیشتر از درس یک ترمی استاندارد است. چندین موضوع مانند بُرزدن کارت‌ها، نمونه‌گیری کامل (جفت‌شدگی از گذشته)، نظریه صف، حسابان تصادفی، مارتینگل‌ها، و معادلات دیفرانسیل تصادفی را می‌توان به عنوان پروژه‌های فردی یا گروهی در نظر گرفت. چنین مطالب تخصصی در بخش‌های ستاره‌دار قرار دارند.

یک کتاب درسی در مقطع کارشناسی چالش‌های زیادی همراه خود دارد. برای یافتن یک تعادل بین تئوری و کاربرد، بین درک مفهومی و اثبات، تلاش فراوانی انجام داده‌ام. البته مواردی وجود دارد که نمی‌توانند بیان گردند. به ویژه، فرآیندهای زمان-پیوسته برای بیان دقیق، نیازمند ریاضی پیشرفته مبتنی بر نظریه اندازه است. جایی که این موضوع‌ها ارائه شده‌اند بر شهود خیلی دقیقی تاکید کرده‌ام. در ادامه خلاصه‌ای از نه فصل این کتاب ارائه می‌شود.

فصل ۱ مدل‌های تصادفی و قطعی، ویژگی‌های عمومی فرآیندهای تصادفی، و شبیه‌سازی را معرفی می‌کند. این مطالب برای ادامه کتاب ضروری است. بخش دوم این فصل در مورد احتمال شرطی و امید ریاضی شرطی بحث می‌کند که می‌تواند با سرعت بیشتری مرور گردد. ویژگی‌های اصلی زنجیرهای مارکوف زمان-گسسته در فصل‌های ۲ و ۳ پوشش داده می‌شوند.

مثال‌های زیادی از زنجیره‌های مارکف معرفی می‌گردند، و بعضی از آنها در سرتاسر کتاب ارجاع داده می‌شوند. روش‌های عددی و مبتنی بر شبیه‌سازی باعث ایجاد انگیزه برای بحث کردن در مورد رفتار حدی می‌شود. علاوه بر محاسبات پایه‌ای، موضوعاتی شامل توزیع‌های مانا، ارگودیک و زنجیره‌های جاذب، برگشت‌پذیری زمان، و ویژگی قوی مارکف را نیز شامل می‌شود. چندین قضیه حدی مهم با جزییات مورد بحث قرار گرفته می‌شوند، و اثبات‌های مربوطه در انتهای فصل ارائه می‌شود. مدرسین به دلیل کمبود وقت می‌توانند در مدت زمان صرفه شده برای اثبات‌ها مختار باشند.

فرآیندهای شاخه‌ای موضوع فصل ۴ هستند. اگرچه فرآیندهای شاخه‌ای نیز زنجیره‌های مارکف هستند، اما روش‌های تحلیل به اندازه کافی متفاوت‌اند تا در یک فصل جداگانه ارائه شوند. توابع مولد احتمال معرفی می‌شوند و فرض بر این است که قبلاً ارائه نشده‌اند.

تمرکز فصل ۵ بر زنجیره مارکف مونت کارلو است، که یک موضوع نسبتاً جدید اما با کاربرد به‌طور فزاینده‌نمایی است. مدرسین موضوعات زیادی برای انتخاب خواهند یافت. چندین مطالعه موردی برای مطالب کلاس درسی ارائه شده است، به‌ویژه (۱) یک روش تصادفی شده برای رمزگشایی کردن متن، از دیاکونیس (۲۰۰۹)، و (۲) کاربردی بر اساس کوب و چن (۲۰۰۳) که در اکولوژی و شمردن ماتریس‌های با جمع سطری و ستونی ثابت، با هم ترکیب می‌شوند. بقیه موضوعات شامل جفت‌شدگی از گذشته، بُرزدن کارت‌ها، نرخ همگرایی زنجیره‌های مارکف را نیز شامل می‌شود.

فصل ۶ به فرآیند پواسن اختصاص داده شده است. این رویکرد بر سه تعریف و ویژگی متبادل، مبتنی بر (۱) فرآیند شمارشی، (۲) فرآیند ورود، و (۳) توصیف بینهایت کوچک، تاکید دارد. موضوعات دیگر شامل فرآیندهای فضایی، نشانیدن، و پارادکس‌های زمان ورود می‌باشند.

زنجیره‌های زمان-پیوسته در فصل ۷ بحث می‌شوند. برای فرآیندهای تصادفی زمان-پیوسته، در این فصل و فصل ۸، تأکید روی شهود، مثال‌ها و کاربردها می‌باشد. علاوه بر مطالب پایه‌ای، بخش‌هایی در مورد نظریه صف (با فرمول لیتل)، فرآیندهای جاذب، و پیروی پواسن وجود دارد. موضوع فصل ۸ حرکت براونی است. مطالب در این فصل بیشتر چالش برانگیز خواهند بود. این فصل شامل اصل ناوردایی، تبدیل‌ها، فرآیندهای گوسین، مارتینگل‌ها، قضیه توقف اختیاری است. مثال‌های این فصل شامل کسب امتیاز در بسکتبال و ردیابی کردن حیوانات هست. فرمول قیمت‌گذاری اختیارات بلک-شولز به‌دست می‌آید.

فصل ۹ مقدمه‌ای ظریف بر حسابان تصادفی است. در اینجا ظریف به معنی استفاده نکردن

از نظریه اندازه، سیگما میدان‌ها، یا پالایش‌ها است، بلکه تاکید بر مثال‌ها و کاربردها می‌باشد. به دلیل اینکه محبوبیت و کاربرد این مبحث در حال رشد است، تصمیم به آوردن مطالب این بخش کردم. معادلات دیفرانسیل تصادفی ارائه می‌شوند. روش‌های عددی و شبیه‌سازی این موضوع را دسترس‌پذیر می‌کند.

ضمیمه‌های کتاب شامل (الف) شروع کردن با R همراه با تمرین‌ها، (ب) مرور احتمال همراه با بخش‌های کوتاه در مورد توزیع‌های احتمالی گسسته و پیوسته، (ج) جدول خلاصه از توزیع‌های احتمالی متداول، (د) مرور جبر ماتریسی می‌باشد. توابع R و اسکریپت فایل‌های مورد نیاز برای تولید کردن فرآیندهای ارائه شده در این کتاب، در دسترس دانشجویان می‌باشد.

این کتاب شامل بیش از ۲۰۰ مثال و در حدود ۶۰۰ مسأله پایان فصل است. جواب کوتاه برای اکثر تمرین‌های با شماره فرد در انتهای کتاب آورده شده است. وب سایتی برای کتاب به آدرس www.people.carleton.edu/~rdobrow/stochbook ثبت شده است. در این سایت فایل‌های مربوطه و غلط‌نامه را می‌توان یافت. تمام کدهای R به‌کار برده شده در سرتاسر این کتاب در این سایت قابل دسترس است. بیشتر این کتاب حاصل تجربه تدریس این درس در ۱۰ سال گذشته است. سرفصل پیشنهادی برای درس یک ترمی که اینجانب استفاده کرده‌ام، در زیر آمده است.

۱. مقدمه و مرور – ۱.۱، ۲.۱، ۳.۱ (مرور سطحی ۴.۱، ۵.۱)

۲. مقدمه یک‌روزه برای R – ضمیمه آ

۳. زنجیره‌های مارکف – تمام فصل ۲ و فصل ۳

۴. فرآیندهای شاخه‌ای – فصل ۳

۵. زنجیره مارکف مونت کارلو MCMC – ۱.۵، ۲.۵

۶. فرآیند پواسن – ۱.۶، ۲.۶، ۴.۶، ۵.۶، ۸.۶

۷. زنجیره‌های مارکف زمان-پیوسته – ۱.۷، ۲.۷، ۳.۷، ۴.۷

۸. حرکت براونی – ۱.۸، ۲.۸، ۳.۸، ۴.۸، ۵.۸، ۶.۸

اگر مدرسین سوالی در مورد سرفصل‌ها، تکالیف، امتحان‌ها، یا پروژه‌ها داشته باشند، خوشحال خواهم شد که منابع و تجربه‌های خود را در مورد این درس به اشتراک بگذارم. فرآیندهای تصادفی یک ماجراجویی فوق‌العاده ریاضی است. موفق باشید.

پیش‌گفتار مترجم

حدود ده سال فرآیندهای تصادفی را در دانشگاه برای دانشجویان رشته‌ی ریاضی و آمار تدریس کردم، در این مدت همیشه سعی داشتم با بیان مثال‌هایی از کاربرد این درس در علوم مختلف و دنیای واقعی، دانشجویان را به این رشته‌ی جذاب علاقمند سازم، اما مثال‌های پراکنده هیچ‌گاه اقناعم نکرد. علاوه بر این در تمامی کتاب‌های موجود، شبیه‌سازی به عنوان ابزار و تکنیکی قوی برای بررسی فرآیندهای تصادفی، به ویژه فرآیندهای تصادفی پیوسته، مغفول مانده بود.

در سال ۱۳۹۵ یکی از دوستانم در دانشکده علوم ریاضی دانشگاه کپنهاگ گمشده‌ام را معرفی کرد. در آن زمان هنوز کتاب «Introduction to Stochastic Processes with R» چاپ نشده بود. پیشاپیش با دیدگاه روبرت دابرو آشنا بودم. دیدگاهش در کتاب پیشین‌اش با نام «احتمال با کاربردها و R» جذاب بود. بلافاصله بعد از چاپ این کتاب آن را با اشتیاق گرفتم و بارها و بارها خواندم و از مباحث و مثال‌ها و تمرین‌ها لذت بردم. دریغم آمد که دیگران از این کتاب بی‌خبر باشند. دو ترم آن را به زبان اصلی تدریس کردم. اما ضعف نسبی دانشجویان در ارتباط با زبان اصلی و درک کتاب باعث می‌شد، چنان‌که باید نتوانند از کتاب بهره ببرند. تشویق همکاران و دوستان مرا به ترجمه کتاب مصمم کرد. به دلیل وجود مباحث و مثال‌های متعدد از علوم مختلف، بسیاری از دانش‌واژه‌های کتاب جدید بودند. در معادل‌گزینی واژگان جدید از واژگان مصوب فرهنگستان و معادل‌های پیشنهادی همکاران

و تجربیات خودم استفاده کردم و امیدوارم در انتقال مفاهیم تا حد امکان از عهده برآمده باشم. در حین ترجمه از راهنمایی‌های استاد فاضل و فرزانه جناب آقای دکتر باقر نشوادیان‌بخش بهره‌ها بردم. این کتاب می‌تواند منبع بسیار خوبی برای درس فرآیندهای تصادفی دوره‌های کارشناسی و کارشناسی ارشد آمار، ریاضی و مهندسی باشد. همچنین منبعی عالی برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد ریاضی مالی برای ورود به مباحث حسابان تصادفی خواهد بود.

در آماده‌سازی این کتاب، گروه ریاضی، مدیریت پژوهشی دانشگاه اراک و اشخاص دیگری سهیم بوده‌اند که مایلیم در اینجا از صمیم قلب از آنان سپاسگزاری کنم. همکار ارجمندم سرکار خانم دکتر سیما مشایخی زحمت ویراستاری علمی کتاب را بر عهده داشتند و با پیشنهادهای سازنده‌ی خود به‌ویژه در مباحث مرتبط با ریاضی مالی بر غنای ترجمه افزودند. از ایشان سپاسگزارم و از داوران محترمی که با نظرات و پیشنهادهای ارزنده خود به افزایش کیفیت کار کمک کردند، قدردانی می‌کنم. آقای رسول بیک‌وردی و خانم عطیه نظامی تایپ اولیه کتاب را انجام دادند که از هر دو تشکر می‌کنم. بسیار خوشحال خواهیم شد اگر خوانندگان محترم کتاب، نظرات و پیشنهادهای سازنده‌ی خود را مطرح کنند، حتماً در چاپ‌های بعدی استفاده خواهیم کرد.

سید نوراله موسوی

n-mousavi@araku.ac.ir

n.mousavi@gmail.com

اراک، بهار ۹۸

فهرست مطالب

ث	پیش‌گفتار مؤلف
خ	پیش‌گفتار مترجم
۱	۱ مقدمه و یادآوری
۱	۱.۱ مدل‌های قطعی و تصادفی
۷	۲.۱ فرآیند تصادفی چیست؟
۱۲	۳.۱ شبیه‌سازی مونت کارلو
۱۳	۴.۱ احتمال شرطی
۲۳	۵.۱ امید ریاضی شرطی
۴۲	تمرین‌ها
۴۹	۲ زنجیرهای مارکوف - قدم‌های اول
۴۹	۱.۲ مقدمه
۵۲	۲.۲ گسترده‌گی زنجیرهای مارکوف

۶۴	محاسبات پایه	۳.۲
۷۴	رفتار درازمدت - مثال‌های عددی	۴.۲
۸۱	شبیه‌سازی	۵.۲
۸۶	استقراء ریاضی*	۶.۲
۸۷	تمرین‌ها	
۹۷	زنجیرهای مارکوف برای درازمدت	۳
۹۷	توزیع حدی	۱.۳
۱۰۲	توزیع مانا	۲.۳
۱۱۹	آیا می‌توان راهی به وضعیت a پیدا کرد؟	۳.۳
۱۳۱	زنجیرهای مارکوف تحویل‌ناپذیر	۴.۳
۱۳۶	دوره‌ای بودن	۵.۳
۱۳۹	زنجیرهای مارکوف ارگودیک	۶.۳
۱۴۵	برگشت‌پذیری زمان	۷.۳
۱۵۱	زنجیرهای جاذب	۸.۳
۱۶۸	بازتولید و ویژگی قوی مارکوف*	۹.۳
۱۷۱	اثبات‌هایی از قضایای حدی*	۱۰.۳
۱۸۳	تمرین‌ها	
۲۰۱	فرآیندهای شاخه‌ای	۴
۲۰۱	مقدمه	۱.۴
۲۰۴	میانگین اندازه جمعیت	۲.۴
۲۰۹	توابع مولد احتمال	۳.۴
۲۱۴	انقراض برای همیشه است	۴.۴
۲۲۲	تمرین‌ها	
۲۲۹	زنجیره مارکوف مونت کارلو	۵
۲۲۹	مقدمه	۱.۵

ز فهرست مطالب

۲۳۶	الگوریتم متروپلیس- هستینگز	۲.۵
۲۵۰	نمونه‌گیر گیبز	۳.۵
۲۵۹	نمونه‌گیری کامل	۴.۵
۲۶۶	نرخ همگرایی: ارتباط با مقادیر ویژه	۵.۵
۲۶۹	مخلوط کردن کارت‌ها و فاصله تغییرات کل	۶.۵
۲۷۸	تمرین‌ها	

۶ فرآیندهای پواسن ۲۸۳

۲۸۳	مقدمه	۱.۶
۲۸۸	ورود، زمان‌های بین دو ورود	۲.۶
۲۹۶	احتمال‌های بینهایت کوچک	۳.۶
۳۰۲	تُنک‌سازی، برهم‌نهی	۴.۶
۳۰۹	توزیع یکنواخت	۵.۶
۳۱۵	فرآیند پواسن فضایی	۶.۶
۳۲۰	فرآیند پواسن ناهمگن	۷.۶
۳۲۳	پارادکس جداسازی	۸.۶
۳۲۷	تمرین‌ها	

۷ زنجیرهای مارکوف زمان-پیوسته ۳۳۵

۳۳۵	مقدمه	۱.۷
۳۴۲	ساعت‌های زنگی و نرخ‌های انتقال	۲.۷
۳۴۵	مولد بینهایت کوچک	۳.۷
۳۵۸	رفتار درازمدت	۴.۷
۳۷۲	برگشت‌پذیری زمان	۵.۷
۳۸۰	نظریه صف	۶.۷
۳۸۷	پیروی پواسن	۷.۷
۳۹۵	تمرین‌ها	

۴۰۵	۸ حرکت براونی
۴۰۶	۱.۸ مقدمه
۴۱۳	۲.۸ حرکت براونی و قدم زدن تصادفی
۴۱۸	۳.۸ فرآیند گاوسی
۴۲۳	۴.۸ تبدیل‌ها و ویژگی‌ها
۴۲۶	۱.۴.۸ زمان اولین اصابت و خاصیت قوی مارکوف
۴۳۷	۵.۸ تغییرات و کاربردها
۴۵۱	۶.۸ مارتینگل‌ها
۴۶۴	تمرین‌ها
۴۷۱	۹ مقدمه‌ای ظریف بر حسابان تصادفی
۴۷۱	۱.۹ مقدمه
۴۸۰	۲.۹ انتگرال ایتو
۴۸۷	۳.۹ معادلات دیفرانسیل تصادفی
۵۰۱	تمرین‌ها
۵۰۵	آ شروع کردن با R
۵۰۵	۱.آ R به عنوان یک ماشین حساب
۵۰۶	۲.آ جهت‌دهی صفحه کلید
۵۰۷	۳.آ جستجو برای کمک
۵۰۸	۴.آ بردارها
۵۱۱	۵.آ تولید کردن اعداد تصادفی
۵۱۳	۶.آ توزیع‌های احتمال
۵۱۴	۷.آ نمودارها و شکل‌ها
۵۱۶	۸.آ فایل‌های اسکریپت
۵۱۹	۹.آ توابع
۵۲۰	۱۰.آ سایر دستورات مفید

۱۱.آ کار کردن با ماتریس‌ها ۵۲۱

ب مرور احتمال ۵۲۹

۱.ب متغیرهای تصادفی گسسته ۵۳۱

۲.ب توزیع توام ۵۳۳

۳.ب متغیرهای تصادفی پیوسته ۵۳۶

۴.ب توزیع‌های احتمال متداول ۵۳۸

۵.ب توزیع نرمال دو متغیره ۵۴۸

۶.ب قضایای حدی ۵۵۱

۷.ب توابع مولد گشتاوری ۵۵۳

ج جدول توزیع‌های احتمالی متداول ۵۵۷

د مرور جبر ماتریسی ۵۵۹

۱.د عملگرهای پایه ۵۵۹

۲.د دستگاه خطی ۵۶۱

۳.د ضرب ماتریسی ۵۶۲

۴.د ماتریس قطری، همانی، چندجمله‌ای‌ها ۵۶۳

۵.د ترانزاده ۵۶۳

۶.د وارون پذیری ۵۶۴

۷.د ماتریس‌های بلوکی ۵۶۴

۸.د استقلال خطی و فضای تولید شده ۵۶۵

۹.د پایه ۵۶۶

۱۰.د طول بردار ۵۶۷

۱۱.د مقدار ویژه، بردار ویژه ۵۶۸

۱۲.د قطری کردن ۵۶۸

پاسخ تمرین‌های برگزیده فرد ۵۷۱

ش فهرست مطالب

۵۹۱

منابع

۵۹۷

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۶۰۵

نمایه