

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

ترکیبیات کاربردی با حل مسئله

بردلی جکسون
دیمیتری تورو

ترجمه‌ی
علی محمد نظری
(عضو هیأت علمی دانشگاه اراک)

عرفان ستوده

ویراسته‌ی
باقر نشوادیان بخش
۱۴۰۱

عنوان و نام پدیدآور	: جکسون، برادلی دبلیو. Jackson, Bradley W	سرشناسه
مشخصات نشر	: ترکیبات کاربردی با حل مساله/بردلی جکسون، دیمیتری تورو؛ ترجمه‌ی علی‌محمد نظری، عرفان ستوده؛ ویراسته‌ی باقر نشوادیان بخش.	
مشخصات ظاهری	: اراک: دانشگاه اراک، انتشارات، ۱۴۰۱، ۴۶ ص: مصور.	
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۳۱-۹۰-۱	
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا	
یادداشت	: عنوان اصلی: Applied combinatorics with problem solving, c1990.	
یادداشت	: کتاب حاضر با عنوان «مبانی ترکیبات» با ترجمه مهرداد مسافر توسط شرکت علوم ریاضی رهوارد در سال ۱۳۹۳ منتشر شده است.	
یادداشت	: واژمنامه.	
عنوان دیگر	: مبانی ترکیبات.	
موضوع	: آنالیز ترکیبی	
Combinatorial analysis		
شناسه افروده	: تورو، دمیتری	
شناسه افروده	: Thoro, Dmitri	
شناسه افروده	: نظری، علی‌محمد، -۱۳۴۵، مترجم	
شناسه افروده	: ستوده، عرفان، -۱۳۶۷، - مترجم	
شناسه افروده	: دانشگاه اراک. انتشارات	
ردہ بندی کنگره	: ۱۶۴QA	
ردہ بندی دیوبنی	: ۵۱۱/۶	
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۸۵۹۹۶۷	
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیبا	

ترکیبات کاربردی با حل مسأله

بردلی جکسون / دیمیتری تورو

ترجمه	:	دکتر علی‌محمد نظری / عرفان ستوده
ناشر	:	دانشگاه اراک
شمارگان	:	۱۰۰۰
نوبت چاپ	:	۱۴۰۱ - اول
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۷۷۳۱-۹۰-۱
قیمت	:	۲۲۰۰۰ تومان

حق چاپ برای ناشر محفوظ است

فهرست مطالب

۵ پیشگفتار مترجمان پیشگفتار نویسندها
ز پیشگفتار نویسندها	
۱ حل مسئله‌ی ترکیبات	_____ فصل ۱
۱ ۱. استنتاج	
۱۲ ۲. استقرا	
۳۳ ۳.۱ مجموعه‌ها و رابطه‌ها	
۴۶ ۴.۱ توابع	
۵۷ مسائل دوره‌ای	
۶۱ اصول مقدماتی شمارش	_____ فصل ۲
۶۲ ۱.۲ شمارش دنباله‌ای	
۷۱ ۲.۲ شمارش حالت به حالت	
۷۸ ۳.۲ گرینش‌ها	
۹۱ ۴.۲ گرینش با تکرار نامحدود	
۱۰۲ ۵.۲ ضرایب دو جمله‌ای	
۱۱۴ ۶.۲ جایگشت‌های اشیای نامتمایز	
۱۲۰ مسائل دوره‌ای	

۱۲۵	اصل شمول- طرد	فصل ۳
۱۲۵	۱.۳ اجتماع مجموعه‌های متداخل	
۱۳۷	۲.۳ شمارش آرایش‌های محدود	
۱۴۶	۳.۳ توزیع‌ها	
۱۵۵	مسائل دوره‌ای	
<hr/>		
۱۵۹	الگوریتم‌های ترکیبات	فصل ۴
۱۵۹	۱.۴ الگوریتم‌ها	
۱۷۱	۲.۴ تحلیل مجانبی الگوریتم‌ها	
۱۷۸	۳.۴ برشماری جایگشت‌ها و ترکیب‌ها (اختیاری)	
۱۸۹	مسائل دوره‌ای	
<hr/>		
۱۹۳	گراف‌ها	فصل ۵
۱۹۳	۱.۵ الگوهای گراف	
۲۰۸	۲.۵ مسیرها و همبندی	
۲۱۵	۳.۵ مدارها و دورها	
۲۲۷	۴.۵ گراف‌های هامنی	
۲۳۴	۵.۵ رنگ‌آمیزی گراف‌ها	
۲۴۳	مسائل دوره‌ای	
<hr/>		
۲۴۷	الگوریتم‌های گراف و جستجو	فصل ۶
۲۴۷	۱.۶ جستجوی سطحی کراف	
۲۵۷	۲.۶ درخت‌ها	
۲۶۸	۳.۶ الگوریتم‌های درخت	
۲۸۳	مسائل دوره‌ای	

۲۸۵	توابع مولد	فصل ۷
۲۸۶	۱.۷ الگوهای توابع مولد	
۲۹۵	۲.۷ محاسبهی ضرایب	
۳۰۳	۳.۷ افزارها	
۳۱۱	۴.۷ توابع مولد نمایی	
۳۱۷	مسائل دورهای	
۳۲۱	رابطه‌های بازگشتی	فصل ۸
۳۲۱	۱.۸ الگوهای رابطه‌های بازگشتی	
۳۲۳	۲.۸ رابطه‌های بازگشتی خطی همگن	
۳۴۵	۳.۸ رابطه‌های بازگشتی خطی ناهمگن	
۳۵۶	مسائل دورهای	
۳۵۹	نظریهی شمارش پولیا	فصل ۹
۳۵۹	۱.۹ گروههای متقارن و قضیهی برنسايد	
۳۷۰	۲.۹ شاخص دور	
۳۸۰	مسائل دورهای	
۳۸۳	الگوریتمهای گراف و شبکه	فصل ۱۰
۳۸۴	۱.۱۰ گرافهای سودار	
۳۹۳	۲.۱۰ شبکه‌ها	
۴۰۵	۳.۱۰ شارش‌های شبکه	
۴۲۱	راهنمایی‌ها و پاسخ مسائل شمارهی فرد	پیوست‌ها
۴۴۹	نماییه	
۴۵۵	واژه‌نامه	

پیشگفتار مترجمان

با درود و سلام به همه پیامبران الهی و خاصه حضرت خاتم النبین و ائمه‌ی هدی که راه‌گشای بشر در تنگناها و کوره‌راه‌های زندگی بوده‌اند. خدا را هزار بار شکر می‌کنیم که فرصتی و فراغتی دست داد تا بتوانیم کتابی خوب از خیل کتاب‌های ترکیبات را به زینت ترجمه آراسته کرده و به‌دست دانشجویان برسانیم.

ریاضیات گسسته یا ترکیبات، یکی از دروس دوره‌ی کارشناسی رشته‌های علوم کامپیوتر، مهندسی کامپیوتر و ریاضی است که با طرح مسائل بسیار از اصول و قضایای اندک، استعداد تحصیلی و هوش دانشجویان را به چالش می‌کشاند و از این طریق خلاقیت ایشان را شکوفا می‌کند.

در این درس نباید آداب و ترتیبی را جست و هر بار پس از حل مسئله نیز نباید گمان کرد راهی یافته شده است که برآه آن می‌توان ساز زد چرا که تنوع و گستردگی مسائل این درس، بسیار است و هر مسئله نسبت به مسائل دیگر، هزار بازی طرفه‌تر بر می‌انگیزد. برای حل این مسائل نیز چنین نیست که گوهر مقصود به سادگی به دست بیاید زیرا در هر مسئله، هزار نکته‌ی باریک‌تر از مو نهفته است. روش‌های شناخته شده‌ی حل این مسائل بسیار است. ترکیب و ترتیب، اصل شمول-طرد، توابع مولد و روابط بازگشتی را می‌توان مثال زد. اما گاهی برای حل مسئله‌ای ممکن است در نگاه اول نتوان این روش‌ها را به کار بست و دانشجویان از هر سو که بنگرند جز حیرت‌شان افزوده نشود. ترکیبات درس اسرارآمیزی است و برای حل مسائل آن بایستی رازهایش

را یک به یک گشود و این حاصل نمی‌شود مگر با تمرین بسیار و مداومت در ممارست. در این پرده، نقشی جز اندیشیدن بر جا نمی‌ماند. دانشجو بایستی همت کند و تمرینات زیادی را پاسخ دهد و باور داشته باشد که این کار او موجب حرمان نمی‌شود هر چند که در ابتدای کار، حل مسأله دشوار باشد.

کتاب حاضر، متن درسی و منبعی از مسائل است. این کتاب، نه بسیار گسترده است که خواننده را در انبوه مطالب سایر دروس ریاضی سر در گم کند و نه بسیار خلاصه و فشرده که فرصت حل مسأله را از دانشجو بگیرد. امید است که مقبول طبع قرار بگیرد. از جناب آقای دکتر باقر نشوادیان بخش همکار بازنشسته و پدر گروه ریاضی دانشگاه اراک که ویرایش این متن را قبول زحمت فرمودند سپاس‌گزاری می‌کنیم. ایشان با صبر و حوصله‌ی بسیار، نقص‌های بسیاری را به کمال رساندند. از انتشارات دانشگاه اراک که در انتشار این کتاب همت گماشتند تشکر می‌نماییم. از داوران محترم کتاب، جناب آقای دکتر اسماعیل بابلیان استاد ارجمند دانشگاه خوارزمی و دکتر سید نورالله موسوی عضو هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه اراک که متن را یکبار دیگر با حوصله و دقت بسیار مورد مطالعه و بازبینی قرار دادند و نکات بسیار با ارزشی را گوشزد فرمودند تشکر و قدردانی می‌نماییم. اگر جایی نقص یا اشتباهی ملاحظه نمودید که از دیدمان پنهان شده است، لطف نموده با ایمیل زیر تذکار فرمایید تا در چاپ‌های بعدی اگر عمری بود مورد اصلاح قرار گیرد.

علی محمد نظری

a-nazari@araku.ac.ir

عرفان ستوده

۱۴۰۱ بهار

پیشگفتار نویسنده‌گان

این کتاب شامل موضوعاتی درباره‌ی ترکیبیات و نظریه‌ی گراف است که اعتقاد داریم برای تمام دانشجویان ریاضی و علوم کامپیوتر مهم است. این موضوعات برای یک دوره‌ی آموزش ترکیبیات در دانشگاه ایالتی سن خوزه^۱، بسط داده شده و به عنوان یک نیمسال تحصیلی در ترکیبیات برای استفاده‌ی دانشجویان سال سوم و چهارم مد نظر قرار گرفته است. کتاب پیش رو عموماً به لحاظ محتوا خودکفاست، اما آگاهی از حساب دیفرانسیل در برخی از بخش‌های فصل ۲، ۴ و ۶ مفید واقع می‌شود و آشنایی با جبر خطی در دو بخش پایانی فصل ۸ یاری کننده است. پیش‌نیاز اصلی برای دانشجو یک بلوغ ریاضی است که نه تنها آشنایی با بسیاری از مفاهیم پایه‌ای ریاضی را در بر می‌گیرد، بلکه خلاقیت در حل و تحلیل مسائل را دارد.

قصد نداریم تمام ایده‌های مهم و کاربردهای ترکیبیات و نظریه‌ی گراف را در این کتاب بگنجانیم. تلاش بر این بوده است تا ایده‌ای را ذکر نکنیم مگر آن‌که بتواند به طریقی معنادار، مورد استفاده قرار گیرد. بنا داشته‌ایم در ارائه‌ی مفاهیم ریاضی، تا حد امکان دقیق باشیم نه آن‌که بیش از حد قانونمند.

مایلیم چنین بیندیشیم که دانشجویان ما نه تنها باید برخی از ابزارها و کاربردهای ریاضی مربوط را بیاموزند، بلکه باید توانایی خود را برای حل مسئله افزایش دهند. هر دانشجو باید سه مهارت زیر را در این دوره فرا بگیرد:

1. San Jose State University

۱. حل مسئله‌ی ترکیبیات: حل مسئله در تمام زمینه‌های ریاضی به ویژه در ترکیبیات مهم است. روش‌هایی همچون استقراء، تکرار و بازگشتی در حل مسائل کوچک‌تر به منظور به دست آوردن یک راه حل برای مسئله‌ی مربوط و بزرگ‌تر، مفید است. این روش‌ها مبنایی برای بسیاری از الگوریتم‌ها در علوم رایانه هستند و دانشجو بایستی در به کار بردن آن‌ها مهارت داشته باشد. در این دوره‌ی درسی از هر دانشجو انتظار می‌رود بسیاری از مسائل ترکیبیات را حل کند. توانایی ارائه و تحلیل حل این مسائل نیز مهم تلقی می‌شود. تعداد زیادی از مسائل در انتهای هر بخش داده شده است که از نظر دشواری از ساده و سریاست تا به نسبت، مشکل و بحث‌برانگیز مرتب شده‌اند. افزون بر این کوشیده‌ایم تا تعدادی پروژه‌ی تکمیلی رایانه‌ای را در بسیاری از بخش‌ها بگنجانیم.
۲. شمارش و برآورده: یکی از سه مسئله‌ی اصلی و با اهمیت در ترکیبیات، مسئله‌ی شمارش است. شمارش یک مهارت مفید در بسیاری از زمینه‌های ریاضیات و همچنین در علوم رایانه است. توانایی برآورده تعداد مراحل مورد نیاز برای یک الگوریتم خاص به منظور تعیین امکان حل یک مسئله بر روی رایانه، یا تعیین این که کدام یک از راه حل‌های متعدد، بهترین راه حل است، مهم می‌باشد.
۳. مدل‌سازی مقدماتی ریاضی: بسیاری از مسائل ترکیبیات به زبان انگلیسی روزمره مطرح خواهند شد. بنابراین فرمول‌بندی مسئله بر اساس یک مدل مناسب ریاضی به منظور به کار بستن روش‌های پایه‌ای که آموختیم، ضروری خواهد بود. گاهی اوقات بیش از یک راه برای فرمول‌بندی مسئله وجود دارد و مهم این است که به یاد داشته باشیم یک روش از فرمول‌بندی، ممکن است به حل بهتر از دیگری منجر شود.

متن پیش رو از دیدگاه ریاضی نوشه شده است ولی دانشجویان علوم رایانه نیز مدد نظر قرار گرفته‌اند. با آن‌که کوشیده‌ایم تا بسیاری از موضوعات را از نقطه نظر الگوریتمی مورد بحث قرار دهیم، اما برنامه‌های واقعی رایانه‌ای را کمتر گنجانده‌ایم (به جز پروژه‌های رایانه‌ای تکمیلی). فرض ما بر آن است که دانشجویان، یک بار که مفاهیم پایه‌ای را آموختند، به آسانی می‌توانند آن‌ها را به صورت جمله‌های موجود در علوم رایانه یا به یک زبان معین برنامه‌نویسی ترجمه کنند.

کاربردهای گوناگون از ترکیبیات در زمینه‌های متعدد ریاضی و علوم رایانه ارائه شده است. برخی کاربردها با در نظر گرفتن بازی‌ها و معماها به عنوان سرگرمی در

طیعت باید باشند. این همیشه هدف ماست که به دانشجویان خود یک ریاضیات سودمند به طریقی جذاب آموزش دهیم. امیدواریم دانشجویانی که این کتاب را مورد استفاده قرار می‌دهند، همین برداشت را داشته باشند که ترکیبیات هم چالش برانگیز است و هم مفرح.

سپاس‌گزاری

نوشتن یک کتاب، کاری بسیار دشوار و طولانی است و ما مرهون لطف و کمک‌های افراد زیادی هستیم. مایلیم از کسانی که این متن را مورد بازبینی قرار داده‌اند، سپاس‌گزاری کنیم. پروفسور جی. آر. بلکلی^۱ از دانشگاه ایالتی رایت^۲، پروفسور شارون کابونیس^۳ از دانشگاه ایالتی سن خوزه، پروفسور فیلیپ هانلن^۴ از دانشگاه میشیگان^۵، پروفسور هربرت کاسوب^۶ از دانشگاه برادلی^۷، پروفسور ژوف کلارلین^۸ از دانشگاه کارولینای غربی^۹، پروفسور پیتر تاننباوم^{۱۰} از دانشگاه ایالتی کالیفرنیا^{۱۱} و پروفسور اندر وینس^{۱۲} از دانشگاه فلوریدا^{۱۳} کسانی هستند که با شکیابی نسخه‌های پیشین این کتاب را مطالعه و پیشنهادهای مفید زیادی به ما ارائه کردند. ما مراتب امتحان خود را از پروفسور جان میچم^{۱۴} به خاطر برگزاری امتحان کلاسی از این کتاب، اعلام می‌داریم. همچنین مایلیم از بسیاری از دانشجویان دانشگاه ایالتی سن خوزه سپاس‌گزاری کنیم، کسانی که ما را در یافتن و تصحیح خطاهای نسخه‌های پیشین این کتاب یاری کردند. به علاوه قصد داریم از ویرایش‌گران خود تام تیلور^{۱۵} و شاک گلاسر^{۱۶}، از دبورا اشنایدر^{۱۷} عضو تیم تهیه‌ی شرکت اشنایدر و از ناظر تهیه‌ی خود کارن گاریسن^{۱۸} سپاس‌گزاری کنیم و نیز به همان اندازه از دوستان خوب دیگر در انتشارات ادیسن- ولی^{۱۹} تشکر می‌کنیم که ما را در تألیف کتابی یاری دادند که نه تنها زیبا به نظر می‌رسد بلکه تا آنجا که به لحاظ نیروی انسانی امکان دارد، یک کتاب بدون غلط است. ما به عنوان نویسنده‌گان این کتاب، مسئولیت تمام ایرادها و خطاهای باقیمانده را می‌پذیریم.

-
- | | | |
|------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1. G. R. Blakely | 2. Wright State University | 3. Sharon Cabaniss |
| 4. Phillip Hanlen | 5. Michigan University | 6. Herbert Kasube |
| 7. Bradley University | 8. Joseph Klerlein | 9. Western Carolina University |
| 10. Peter Tannenbaum | 11. California State University | 12. Andrew Vince |
| 13. Florida University | 14. John Mitchem | 15. Tom Taylor |
| 16. Chuck Glaser | 17. Deborah Schneider | 18. Karen Garrison |
| 19. Addison-wesley | | |

قابل توجه مدرس

در یک شکل مقدماتی از این دوره، مدرس می‌تواند کار خود را با روش‌های مقدماتی شمارش آغاز کند که در فصل‌های ۱ تا ۳ مطرح شده‌اند. فصل ۱ بر بسیاری از ایده‌های پایه‌ای و روش‌های حل مسئله که در طول این دوره نیاز است، نگاهی می‌اندازد. درس به طور پیشرفته‌تر از فصل ۲ آغاز می‌شود. انواع انتخاب موضوع‌های مختلف می‌تواند در یک ترم ارائه شود زیرا فصل‌های ۴، ۵، ۶ و ۱۰ که بسیاری از موضوعات پایه‌ای در گراف‌ها و الگوریتم‌ها را پوشش می‌دهند، مستقل‌ترین قسمت کتاب در بین فصل‌های باقیمانده هستند. به طور کلی در هر هفته بایستی دو بخش و در یک نیمسال می‌تواند قریب به هفت یا هشت فصل تدریس شود.

قابل توجه دانشجو

از نگاه یک دانشجو، مهم‌ترین هدف این درس باید پرداختن به مسئله تا حد امکان باشد. برای راحتی، مسائل به دو بخش تقسیم شده‌اند. مسائل بخش نخست اغلب سرراست و راحت هستند و آن‌هایی که در بخش دوم قرار دارند، سخت‌تر هستند و به تحلیل احتیاج دارند و در بین این‌ها مسائل ستاره‌دار مشکل‌ترین می‌باشند. راهنمایی‌ها و پاسخ مسائل شماره‌ی فرد، در انتهای کتاب تدارک دیده شده است.

همچنین دانشجو به طور ایده‌آل می‌تواند این دوره‌ی درسی را در جبر کاربردی، نظریه‌ی الگوریتم‌ها و نظریه‌ی گراف بگذراند که در آن‌جا برخی از مباحث مطرح شده در این کتاب توسعه داده شده است.